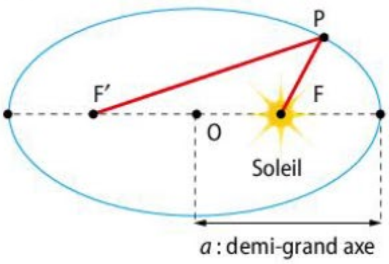
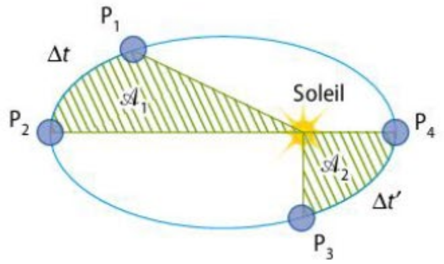
1 Mouvements des planètes, des satellites et lois de Kepler

1^re^ loi de Kepler ou loi des orbites : dans le référentiel héliocentrique, l'orbite d'une planète est une ellipse et le centre du soleil occupe un des deux foyers.



2^e^ loi de Kepler ou loi des aires : le segment reliant le Soleil à la planète balaye des aires égales pendant des durées égales.



Si les durées Δt et $\Delta t'$ sont égales, alors les aires balayées par la planète $\mathscr{A}_1$ et $\mathscr{A}_2$ sont égales.

3^e^ loi de Kepler ou loi des périodes :

période (**s**) → T^2

demi-grand axe (**m**) → a^3

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = \textbf{constante}$$

constante universelle de gravitation $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $\mathbf{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$

M la masse de l'astre attracteur (**kg**)

2 Cas des mouvements circulaires

Pour un mouvement circulaire et uniforme dans le repère de Frenet $(S, \vec{\tau}, \vec{n})$:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{\tau} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n}$$

La période de révolution d'une planète ou d'un satellite autour d'un astre attracteur s'écrit :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

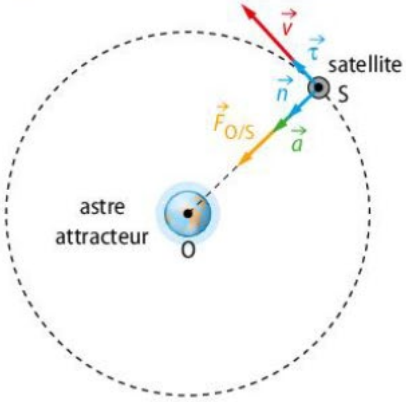
Avec la deuxième loi de Newton, on obtient :

$$\vec{a} = G\frac{M}{r^2}\vec{n}$$

Le vecteur accélération est **radial** et **centripète**.

La vitesse d'une planète ou d'un satellite autour d'un astre attracteur est définie par :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$



Orbite circulaire de rayon r (m) d'un satellite ou d'une planète de masse M (kg).

3 Les satellites géostationnaires

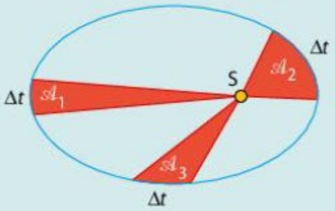
Les **satellites géostationnaires** possèdent la particularité d'être toujours positionnés au-dessus du même point de la surface de la Terre.

Pour chaque question, choisir la ou les bonnes réponses.

DONNÉES

- Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$, rayon terrestre $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km, masse de la Terre $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.

1 Mouvements des planètes, des satellites et lois de Kepler

	A	B	C
1 Les planètes décrivent une ellipse dans le référentiel :	géocentrique.	terrestre.	héliocentrique.
2 D'après la 1re loi de Kepler, le Soleil est situé :	au centre de l'ellipse.	à l'un des foyers de l'ellipse.	sur l'orbite.
3 La troisième loi de Kepler s'écrit :	$T^3 = k \cdot a^2$	$T^2 = k \cdot a^3$	$k = \dfrac{a^3}{T^2}$
4 La deuxième loi de Kepler impose pour une orbite circulaire que :	la vitesse augmente ou diminue sur certaines portions de l'orbite.	l'accélération est nulle.	la valeur de la vitesse est constante.
5 On considère une planète en orbite autour du Soleil représentée par le schéma ci-dessous. On peut dire que : 	les aires $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$ et $\mathcal{A}_3$ ne sont pas égales.	les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont égales mais pas celle de $\mathcal{A}_3$.	les trois aires sont égales $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_3$.

2 Cas des mouvements circulaires

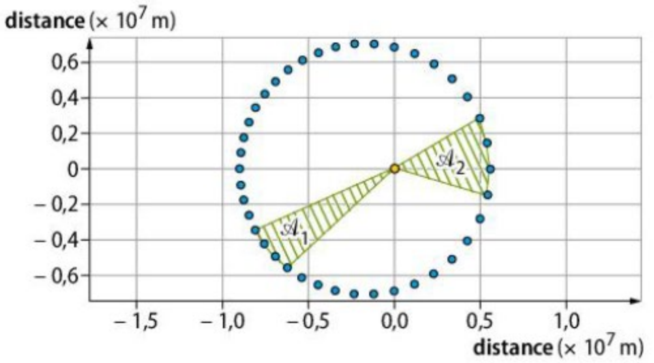
	A	B	C
6 Dans le cas d'une orbite circulaire.	La vitesse est constante.	L'accélération est radiale, centripète et constante.	L'accélération est nulle.
7 L'expression de la vitesse sur une orbite circulaire.	$v = \sqrt{\dfrac{r}{G \cdot M}}$	$v = \left(\dfrac{G \cdot M}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$	$v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$
8 Un satellite à une orbite circulaire à une altitude de 800 km. Quelle est la période de révolution de ce Satellite ?	$T = 43\,920$ s	$T = 6\,083$ s	$T = 9\,067$ s

3 Les satellites géostationnaires

	A	B	C
9 La période de révolution d'un satellite géostationnaire est correspondante à :	la période sidérale de la Terre.	la période de rotation de la Terre.	la période correspondant un jour solaire.
10 Un satellite est géostationnaire si :	il est placé à une altitude de 36 000 km et sur le plan équatorial terrestre.	le satellite est synchrone avec la rotation terrestre.	le satellite est sur le plan équatorial à une altitude quelconque.

12 Thémisto satellite de Jupiter

Thémisto est un des satellites de Jupiter. La simulation de la trajectoire de ce satellite donne la représentation suivante. Chaque position de Thémisto, modélisée par un point bleu, est relevée à intervalle de temps constant. Deux aires balayées $\mathscr{A}_1$ et $\mathscr{A}_2$ sont représentées.



1. Dans quel référentiel considéré galiléen a-t-on obtenu cette trajectoire ?

2. Jupiter, le point jaune, est-elle au centre de l'orbite de Thémisto ?

3. En utilisant la première loi de Kepler, justifier l'allure de la trajectoire.

4. Quelle relation existe-t-il entre les aires A_1 et A_2 ? Justifier.

5. Que peut-on dire des distances parcourues par le satellite dans le cas des aires A_1 et A_2 ? Quelle est la conséquence pour la vitesse du satellite ?

6. Est-ce en accord avec les différentes positions des points ?

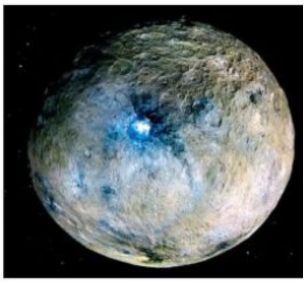
13 Orbite de Mars

Mars est éloignée du Soleil au maximum de $2{,}46 \times 10^8$ km et au minimum de $2{,}06 \times 10^8$ km.

1. Quelle est la nature de l'orbite de Mars ?
2. Où se place le Soleil par rapport cette orbite ?
3. En quel point la vitesse de Mars est maximale ? minimale ?

14 La planète naine Cérès

Cérès, astre classé dans la catégorie des planètes naines, gravite autour du Soleil dans une ceinture d'astéroïde située entre Mars et Jupiter. Les distances de l'aphélie et du périhélie sont respectivement de $4{,}47 \times 10^8$ km et $3{,}81 \times 10^8$ km.



Données : *demi-grand axe terre-soleil : $a_T = 1{,}50 \times 10^8$ km ; période de révolution : $T = 365{,}25$ jours.*

1. Que pouvez déduire des distances du périhélie et de l'aphélie sur la nature de la trajectoire ?
2. Représenter, sans soucis d'échelle, l'orbite de Cérès. Indiquer les positions de l'aphélie et du périhélie.
3. Calculer la valeur du demi-grand axe a_c.
4. En utilisant la 3e loi de Kepler, la période de rotation de la Terre et la valeur du demi-grand axe de la Terre, calculer la période de révolution de Cérès.

16 La masse de Jupiter

La troisième loi de Kepler pour les satellites de Jupiter s'écrit $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_J}$ où a est le demi-grand axe de l'orbite du satellite, T la période de révolution d'un satellite et M_J La masse de Jupiter. Ganymède, satellite naturel de Jupiter, possède une période de révolution de 7,15 jours et son demi grand axe est de 1,07 million de km. Calculer la masse de Jupiter.

17 Mouvement de la Terre autour du Soleil

On étudie le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le cadre de l'approximation des trajectoires circulaires.

Données : *Distance entre les centres de la Terre et du Soleil : $d_{ST} = 149{,}6 \times 10^9$ m.*

1. Dans quel référentiel considéré galiléen doit-on se placer afin d'étudier ce mouvement ?
2. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par le Soleil sur la Terre, puis la représenter sur un schéma, sans souci d'échelle.
3. Montrer que le mouvement de la Terre est uniforme.
4. Exprimer littéralement la vitesse de la Terre autour du Soleil, puis calculer sa valeur.
5. Exprimer puis calculer la période de révolution T_T de la Terre autour du Soleil, en seconde puis en jour.

18 Les satellites GPS

La myriade de satellites GPS (*global positioning system*) est placée sur une orbite en étant animé d'un mouvement circulaire et uniforme à une altitude de $h = 1{,}38 \times 10^4$ km.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen le mouvement d'un satellite GPS est-il décrit ?
2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que la vitesse de ce type de satellite s'écrit $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$.
3. a. En déduire que la période de révolution du satellite est :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}.$$
b. Calculer la période de révolution.
c. Combien de tour de la Terre réalise ces satellites par jour ?

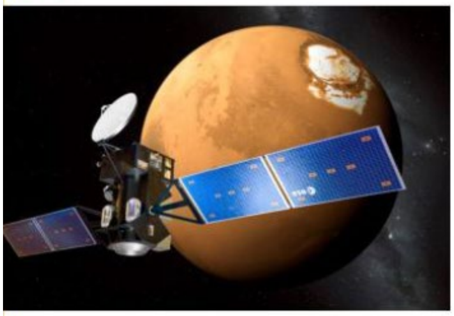
19 Troisième loi de Kepler pour un mouvement circulaire

Dans un modèle simplifié, les planètes peuvent être représentées par une orbite circulaire. Dans ce cas on considère que la vitesse de la planète a pour relation :

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}$, avec r la distance entre le centre du Soleil et le centre de la planète, M_S la masse du Soleil et G la constante de gravitationnelle.

1. Indiquer le référentiel considéré galiléen dans lequel sont décrits ces orbites ?
2. Montrer que pour une planète du système solaire dans les conditions données, on obtient $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$.

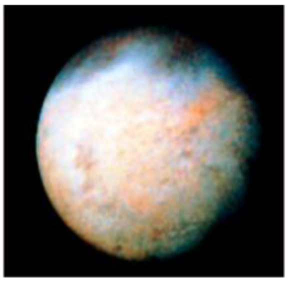
23 Étude de l'orbiteur *Exomars Trace Gas Obiter* (ETGO)



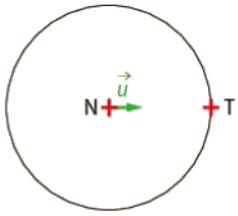
La sonde *Exomars Trace Gas Obiter* de l'ESA (agence spatiale européenne), lancée le 14 mars 2016, a fini de se satelliser autour de la planète Mars en avril 2018. Après de multiples manœuvres orbitales, elle s'est placée sur une trajectoire circulaire à une altitude de 400 km de la surface de Mars. Sa mission est d'étudier la présence et l'origine des gaz présents dans l'atmosphère martienne.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen est décrit le mouvement ?
2. **Donner** l'expression vectorielle de la force gravitationnelle.
3. **Montrer** en utilisant la deuxième loi de Newton que la vitesse du satellite est constante.
4. **Déterminer** la relation de la vitesse en fonction de M_M, G, R_M et h.

24 Triton satellite de Neptune



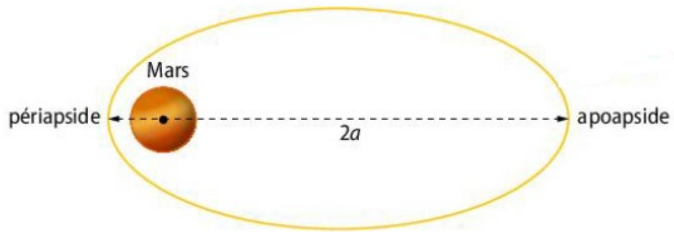
L'orbite de Triton est circulaire. On appelle N le centre d'inertie de Neptune, T le centre d'inertie de Triton et $\vec{u}$ vecteur unitaire de direction (NT).
Le schéma ci-contre représente l'orbite de Triton autour de Neptune.



1. Dans quel référentiel considéré galiléen est représentée l'orbite de Triton ?
2. Utiliser la deuxième loi de Kepler pour montrer que la vitesse de triton est constante.
3. Représenter la force gravitationnelle, l'accélération et la vitesse de Triton.
4. La troisième loi de Kepler s'écrit pour le système satellitaire de Neptune $\frac{T^2}{R_N^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_N}$
   a. Calculer la valeur de la période de révolution de Triton.
   b. En déduire l'expression de la vitesse. La calculer.

25 Étude de l'orbiteur *Mars Orbiter Mission* (MOM)

L'Inde est devenue, le 24 septembre 2014, la quatrième nation à placer dans l'orbite de Mars un satellite d'observation de la planète. Ce satellite possède une orbite fortement elliptique, distant de la surface de la planète au périapside (P) de h_1 = 422 km et à l'apoapside (A) de h_2 = 76 994 km. La trajectoire du satellite est représentée sur la figure suivante où a est le demi-grand axe de l'ellipse.



Données : *Rayon de Mars : R_M = 3 390 km ; rayon de l'orbite circulaire de Phobos : 9 377 km ; période de révolution de Phobos : 7 h 39 min.*

1. Dans quel référentiel est décrite l'orbite de MOM ?
2. En utilisant la première loi de Kepler, **justifier** la position du centre de Mars.
3. Écrire l'expression du demi-grand axe en fonction des différentes altitudes et le rayon de Mars. **En déduire** sa valeur.
4. La Troisième loi de Kepler permet d'écrire que $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_M}$ où M_M et G sont respectivement la masse de Mars et la constante gravitationnelle.

En utilisant les données de Phobos, satellite naturel de Mars, **déterminer** la période de révolution de MOM.

32 L'exoplanète Gliese 581c

L'exoplanète Gliese 581c a été découverte le 4 avril 2007 par une équipe d'astronomes européens. Cette lointaine exoplanète gravite autour d'une naine rouge Gliese 581 dont la masse est évaluée à 31 % de celle du Soleil. Cette découverte a permis aussi de déterminer les valeurs des caractéristiques orbitales.

Demi-grand axe : $7{,}2993 \times 10^{-2}$ UA avec une incertitude-type $2{,}2 \times 10^{-5}$ UA, la période de révolution est de 12,9191 jours avec une incertitude-type $5{,}8 \times 10^{-3}$ jour.

Données : *La troisième loi de Kepler* $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{\text{étoile}}}$

Constante gravitationnelle :

$$G = (6{,}67408 \pm 0{,}00031) \times 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

L'incertitude-type de la masse se calcule par la relation suivante :

$$u(M) = M \times \sqrt{\left(\frac{u(G)}{G}\right)^2 + \left(3 \times \frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(2 \times \frac{u(T)}{T}\right)^2}$$

Unité astronomique : 1 UA = $1{,}50 \times 10^{11}$ m

Masse du Soleil : $1{,}989 \times 10^{30}$ kg

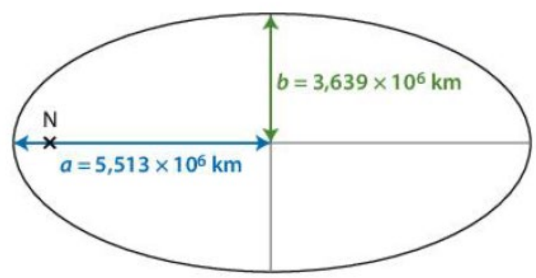
1. Dans quel référentiel considéré galiléen les caractéristiques orbitales sont données ?
2. Calculer la masse de l'étoile Gliese 581.
3. Calculer l'incertitude-type de la masse de l'étoile, puis exprimer l'intervalle de confiance de la masse.
4. Comparer le résultat obtenu, en utilisant la relation suivante $\frac{|M_{mes} - M_{ref}|}{u(M)}$ tel que M_{mes} est la masse issue de la mesure, M_{ref} la mesure de référence donnée dans l'énoncé et $u(M)$ l'incertitude-type. Conclure.

19 Neptune et Néréide

| Exploiter un schéma ; effectuer des calculs.

Neptune possède plusieurs satellites, dont les plus connus sont Triton et Néréide.

A Orbite de Néréide autour de Neptune (N)



Un cercle est un cas particulier d'une ellipse pour lequel $a = b$.

1. Justifier que le mouvement de Néréide n'est pas circulaire dans le référentiel centré sur Neptune.
2. a. Donner l'expression de la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire de Triton autour de Neptune.
   b. Faire l'application numérique.
3. Calculer le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ pour Néréide. Comparer ce rapport au résultat de la question 2. b.
4. Étendre, à partir de cet exemple, la troisième loi de Kepler à un mouvement elliptique.

Données

- Période de révolution de Triton : $T_{\text{Triton}} = 5{,}877$ jours.
- Rayon de l'orbite de Triton : $r_{\text{Triton}} = 3{,}547 \times 10^5$ km.
- Période de révolution de Néréide : $T_{\text{Néréide}} = 360$ jours.

14 Balance cosmique

| Utiliser un modèle pour prévoir ; effectuer des calculs.

Le tableau ci-dessous donne la période de révolution de quelques planètes du système solaire, ainsi que le rayon de leur orbite assimilable à un cercle dans le référentiel héliocentrique.

Satellite	Mars	Jupiter	Saturne
T (an)	1,88	11,86	29,44
r ($\times 10^6$ km)	228	778	1 427

1. Établir l'expression de la valeur de la vitesse du centre de masse d'une de ces planètes dans le référentiel héliocentrique.
2. En déduire l'expression de sa période de révolution en fonction de G, r et M_S (masse du Soleil).
3. Donner l'expression du rapport $\frac{T^2}{r^3}$ dans le référentiel héliocentrique. La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?
4. Déterminer la masse M_S du Soleil.
5. Justifier en quoi la troisième loi de Kepler est une « balance cosmique ».

Données

- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N $\cdot$ m$^2 \cdot$ kg^{-2}.
- 1 an = $3{,}156 \times 10^7$ s.

16 Éris et Dysnomia

| Mobiliser ses connaissances ; effectuer des calculs.

D'après Baccalauréat Liban, 2009

Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil et possède un satellite naturel baptisé Dysnomia. Le mouvement de Dysnomia autour d'Éris, de masse M_E, est supposé circulaire et uniforme.

1. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Éris. Ce référentiel est considéré comme galiléen.
2. Donner les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse de Dysnomia.
3. Montrer que la période de révolution T_D de Dysnomia a pour expression :

$$T_D = 2\pi \times \sqrt{\frac{r_D^3}{G \times M_E}}$$

4. Exprimer puis calculer la masse M_E d'Éris.

Données

- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N $\cdot$ m$^2 \cdot$ kg^{-2}.
- Rayon de l'orbite circulaire de Dysnomia : $r_D = 3{,}60 \times 10^7$ m.
- Période de révolution de Dysnomia : $T_D = 15{,}0$ jours.

20 Les lunes de Saturne

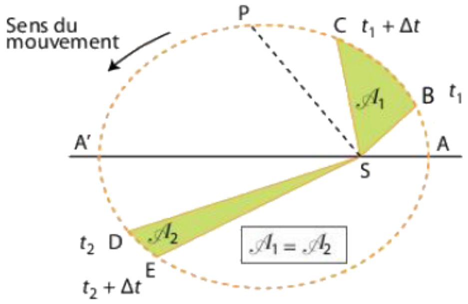
| Faire un schéma adapté ; effectuer des calculs.

En 2019, vingt lunes supplémentaires de Saturne ont été découvertes. Ainsi, 82 satellites naturels connus à ce jour orbitent autour de cette planète.

A Données sur la lune S/2004 S 24

Saturne est la planète du système solaire qui détient actuellement le record du nombre de lunes.
On considère la trajectoire de la lune S/2004 S 24 comme circulaire dans le référentiel saturnocentrique.
Sa période T de révolution est 3,54 ans.
Le rayon r de son orbite est $2{,}29 \times 10^7$ km.

B Deuxième loi de Kepler dans le référentiel héliocentrique



Les aires $\mathscr{A}_1$ et $\mathscr{A}_2$, balayées pendant des durées Δt égales, sont égales. L'arc $\overset{\frown}{BC}$ est donc plus long que l'arc $\overset{\frown}{DE}$.
Ces deux arcs étant parcourus pendant la même durée Δt, la valeur de la vitesse moyenne de la planète P entre B et C est supérieure à celle entre D et E.

1. a. Faire un schéma de la lune S/2004 S 24 en orbite autour de Saturne.

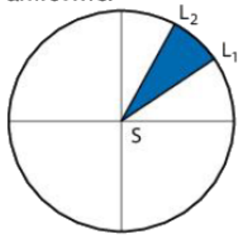
b. Représenter le repère de Frenet centré sur le système muni des vecteurs unitaires tangentiel $\vec{u}_t$ et normal $\vec{u}_n$.

c. Donner l'expression de la force de gravitation $\vec{F}_{S/L}$ exercée par Saturne (S) sur la lune (L) S/2004 S 24.

2. Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer le vecteur accélération $\vec{a}$ du système.

3. a. Montrer que le mouvement circulaire de la lune S/2004 S 24 autour de Saturne est uniforme.

b. On a représenté ci-contre l'aire balayée par le segment [SL] pendant une durée Δt.
Reproduire et compléter ce schéma afin d'illustrer la deuxième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.



4. Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse de la lune S/2004 S 24.

5. a. Montrer que la période de révolution T de cette lune a pour expression : $T = 2\pi \times \sqrt{\dfrac{r^3}{G \times M_S}}$.

b. Calculer la masse de Saturne.

6. La lune Métis a une période de révolution T de 0,295 jour et son orbite circulaire a un rayon de 128 000 km.
Métis peut-elle être une lune de Saturne ?

Données
- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
- 1 an $= 3{,}156 \times 10^7$ s.

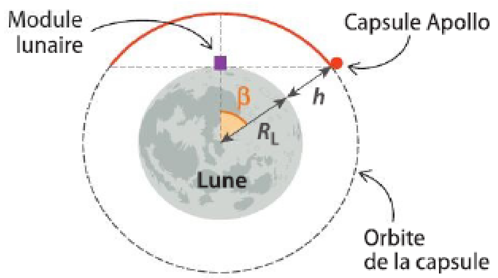
59 Résolution de problème Mission Apollo 14

En février 1971, la mission américaine Apollo 14 devient la huitième mission habitée du programme Apollo et la troisième à se poser sur la Lune.
Lors de cette mission, des astronautes, dont Alan Shepard (1923-1998) (ci-contre), ont aluni.

Adapté du sujet de Bac Centres étrangers, 2017.

Doc. 1 Communication entre le module lunaire et la capsule Apollo

Quand elle arrive au voisinage de la Lune, la capsule Apollo est mise en orbite à une altitude h égale à 110 km. Son mouvement est circulaire et uniforme autour du centre de la Lune. Le module lunaire est alors envoyé sur la Lune, avec deux astronautes à son bord. Le troisième reste à bord de la capsule.
Le schéma ci-contre représente l'orbite de la capsule Apollo autour de la Lune sans souci d'échelle.



L'étude du mouvement de la capsule se fait dans le référentiel sélénocentrique (centré sur la Lune) supposé galiléen, défini par le centre de la Lune, supposée sphérique, et trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.

QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

a. Montrer que la vitesse de la capsule s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{GM_L}{R_L + h}}$.

b. Expliquer pourquoi la communication entre les astronautes sur la Lune et leur collègue resté dans la capsule ne peut se faire que sur la partie de l'orbite représentée en rouge.

PROBLÈME

Quelle est la durée de communication possible à chaque révolution de la capsule ?

Données
- Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Masse de la Lune : $M_L = 7{,}33 \times 10^{22}$ kg
- Rayon de la Lune, supposée sphérique : $R_L = 1{,}74 \times 10^3$ km
- Dans cette étude, on néglige la rotation de la Lune sur elle-même dans le référentiel sélénocentrique.